

120 ejercicios de repaso de NÚMERO REAL, POLINOMIOS, ECUACIONES, INECUACIONES y SISTEMAS

Repaso de polinomios:

1. Dados $P(x) = 4x^5 - 8x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 1$ y $Q(x) = 4x^3 - 4x^2 + 2x$, se pide:

a) Extraer el máximo factor común de $Q(x)$

b) $P(x) - 2x \cdot Q(x)$

(Sol: $4x^5 - 16x^4 + 10x^3 - 2x^2 + 1$)

c) $Q(x) \cdot Q(x)$

(Sol: $16x^6 - 32x^5 + 32x^4 - 16x^3 + 4x^2$)

d) $P(x) : Q(x)$, con comprobación

(Sol: $C(x) = x^2 - x - 1$; $R(x) = 2x + 1$)

RECORDAR:

$$\begin{aligned} (A + B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 \\ (A - B)^2 &= A^2 - 2AB + B^2 \\ (A + B)(A - B) &= A^2 - B^2 \end{aligned}$$

2. Desarrollar, aplicando las **igualdades notables** correspondientes:

a) $(x+2)^2 =$

h) $(x^3-2)^2 =$

n) $\left(2a - \frac{3}{2}\right)^2 =$

r) $\left(2 + \frac{a}{3}\right)\left(-\frac{a}{3} + 2\right) =$

b) $(x-3)^2 =$

i) $(x^2-1)(x^2+1) =$

o) $\left(1 + \frac{x}{2}\right)\left(1 - \frac{x}{2}\right) =$

s) $\left(\frac{3x}{2} - \frac{1}{x}\right)^2 =$

c) $(x+2)(x-2) =$

j) $(2x^2+3x)^2 =$

p) $\left(2x + \frac{3}{4}\right)^2 =$

t) $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{3}\right)\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3}\right) =$

d) $(3x+2)^2 =$

k) $(2x^2-3)^2 =$

q) $\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{4}\right)^2 =$

u) $\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\right)^2 =$

e) $(2x-3)^2 =$

l) $(-x-3)^2 =$

f) $(5x+4)(5x-4) =$

m) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 =$

g) $(x^2+5)^2 =$

(Sol: m) $x^2 + x + \frac{1}{4}$; n) $4a^2 - 6a + \frac{9}{4}$; o) $1 - \frac{x^2}{4}$; p) $4x^2 + 3x + \frac{9}{16}$; q) $\frac{9}{4} - \frac{3x}{4} + \frac{x^2}{16}$; r) $4 - \frac{a^2}{9}$ s) $\frac{9}{4}x^2 - 3 + \frac{1}{x^2}$;

t) $\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{9}$; u) $\frac{9}{4}x^2 + \frac{3x}{4} + \frac{1}{16}$)

3. Dados $P(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 3$, $Q(x) = 2x^3 - x + 7$ y $R(x) = 7x^2 - 2x + 1$, hallar:

a) El valor numérico de $P(x)$ para $x = -2$

(Sol: -1)

b) La factorización de $R(x)$

(Sol: polin. irreducible)

c) $P(x) + Q(x) + R(x)$

(Sol: $6x^3 + 13x^2 - 5x + 11$)

d) $P(x) - Q(x) - R(x)$

(Sol: $2x^3 - x^2 + x - 5$)

e) $P(x) + 3Q(x) - 2R(x)$

(Sol: $10x^3 - 8x^2 - x + 22$)

f) $P(x) : (x+2)$ por Ruffini, y comprobar

(Sol: $C(x) = 4x^2 - 2x + 2$; $R(x) = -1$)

4. Operar y simplificar:

a) $(x+1)^2 + (x-2)(x+2) =$

b) $(3x-1)^2 - (2x+5)(2x-5) =$



$$\begin{array}{l} \text{c) } (2x+3)(-3+2x)-(x+1)^2= \\ \text{d) } (-x+2)^2-(2x+1)^2-(x+1)(x-1)= \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{e) } -3x+x(2x-5)(2x+5)-(1-x^2)^2= \\ \text{f) } (3x-1)^2-(-5x^2-3x)^2-(-x+2x^2)(2x^2+x)= \end{array} \right.$$

(Sol: a) $2x^2+2x-3$; b) $5x^2-6x+26$; c) $3x^2-2x-10$; d) $-4x^2-4x+4$; e) $-x^4+4x^3+2x^2-28x-1$; f) $-29x^4-30x^3+x^2-6x+1$)

5. Dados $P(x)=6x^4+11x^3-28x^2-15x+18$ y $Q(x)=3x-2$, se pide:

a) Factorizar $P(x)$, por Ruffini

[Sol: $(3x-2)(2x-3)(x+1)(x+3)$]

b) $P(x) \cdot Q(x) - 2x^2Q(x)$

(Sol: $18x^5+21x^4-112x^3+15x^2+84x-36$)

c) $P(x) : Q(x)$

[Sol: $C(x)=2x^3+5x^2-6x-9$; $R(x)=0$]

6. Dados $P(x)=x^6+6x^5+9x^4-x^2-6x-9$ y $Q(x)=x^2-9$, se pide:

a) Factorizar $P(x)$, por Ruffini

[Sol: $(x+1)(x-1)(x+3)^2(x^2+1)$]

b) $P(x) - Q(x) \cdot Q(x)$

(Sol: $x^6+6x^5+8x^4+17x^2-6x-90$)

c) $P(x) : Q(x)$

[Sol: $C(x)=x^4+6x^3+18x^2+54x+161$; $R(x)=480x+1440$]

Repaso de ecuaciones:

7. Resolver, y comprobar¹ en los casos indicados:

1) $x^4 - x^3 - 16x^2 + 4x + 48 = 0$ por Ruffini + comprobación (Sol: $x_1=2$; $x_2=-2$; $x_3=-3$; $x_4=4$)

2) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ + comprobación (Sol: $x=\pm 2$; $x=\pm 3$)

3) $\frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{20} = \frac{x}{5} - 3$ + comprobación (Sol: $x=15$)

4) $3 - \frac{2(5-x)}{8} = 4 - \frac{1-x}{6}$ + comprobación (Sol: $x=25$)

5) $(x+1)^2 - (x-2)^2 = (x+3)^2 + x^2 - 20$ + comprobación (Sol: $x=\pm 2$)

6) $\frac{x-3}{4} = (x-2)(x+7) + 17$ + comprobación (Sol: $x_1=-1$; $x_2=-15/4$)

7) $x - \sqrt{x-3} = 3$ (Sol: $x_1=3$; $x_2=4$)

8) $\frac{5x-2}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{x-2}{3} + \frac{29}{6}$ + comprobación (Sol: $x=4$)

9) $x + \sqrt{x} = 2$ (Sol: $x=1$)

10) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ por Ruffini + comprobación (Sol: $x=1$)

11) $x^4 + x^2 - 2 = 0$ + comprobación (Sol: $x=\pm 1$)

12) $\frac{1}{\sqrt{5x+14}} = \frac{1}{7}$ + comprobación (Sol: $x=7$)

¹ Se recuerda que las ecuaciones en las que la incógnita aparece en el denominador, así como las ecuaciones irracionales, es decir, aquellas en las que la incógnita aparece bajo el signo radical, suelen requerir habitualmente comprobación.

- 13) $x^4 - 4x^2 = 0$ + comprobación (Sol: $x=0$; $x=\pm 2$)
- 14) $\frac{3(x+1)}{2} - x = \frac{x-4}{3}$ + comprobación (Sol: $x=-17$)
- 15) $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^4-8}{2} = -2$ + comprobación (Sol: $x=\pm 2$)
- 16) $x + \sqrt{x^2 + 2x} = 6$ (Sol: $x=18/7$)
- 17) $x - \sqrt{2x-4} = 6$ (Sol: $x=10$)
- 18) $x(x^2 - 4)(3x + 12) = 0$ igualando a 0 cada factor + comprobación (Sol: $x=0$; $x=-4$; $x=\pm 2$)
- 19) $\frac{3x-2}{4} - \frac{5x-2}{8} + 3\left(x - \frac{4x-1}{2}\right) = 3x$ (Sol: $x=10/47$)
- 20) $x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$ por Ruffini + comprobación (Sol: $x=3$)
- 21) $\frac{3x^2-1}{4} + \frac{1}{2}\left(x^2 - 2 - \frac{1}{2}x\right) = \frac{x^2-5}{4}$ (Sol: $x_1=0$; $x_2=1/4$)
- 22) $(2x-7)(x+3)^2 = 0$ igualando a 0 cada factor + comprobación (Sol: $x_1=7/2$; $x_2=-3$)
- 23) $(x+2)^2(x-1)^2 = 0$ igualando a 0 cada factor + comprobación (Sol: $x_1=-2$; $x_2=1$)
- 24) $\frac{x^2(x^2+7)}{2} + \frac{x^2+11}{3} = -\frac{3x^4+7x^2+2}{6}$ (Sol: \nexists soluc.)
- 25) $\frac{x+2}{2} - 3(x+1) = -\frac{5x}{2} - 2$ (Sol: Es una identidad, es decir, se verifica $\forall x \in \mathbb{R}$)
- 26) $x^3 + x^2 - 6x = 0$ factorizando previamente + comprobación (Sol: $x_1=0$; $x_2=2$; $x_3=-3$)
- 27) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x-1} = \frac{14}{3}$ + comprobación (Sol: $x_1=2$; $x_2=-5/4$)
- 28) $6 + \sqrt{2x+3} = x$ (Sol: $x=11$)
- 29) $(x+2)(x-2)+2 = x(2-x^2)$ + comprobación (Sol: $x=-1$; $x=\pm\sqrt{2}$)
- 30) $x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$ factorizando previamente + comprobación (Sol: $x_1=0$; $x_2=1$)
- 31) $\left(x+2\sqrt{\frac{6}{5}}\right)\left(x-2\sqrt{\frac{6}{5}}\right) = \frac{1}{x^2}$ (Sol: $x=\pm\sqrt{5}$)
- 32) $\frac{4-x}{5} - \frac{1-2x}{3} = 1+x$ + comprobación (Sol: $x=-17$)
- 33) $\frac{(2x^2+3)(2x^2-3)}{2} - \frac{(2x-3)^2}{3} = 4x - \frac{41}{6}$ + comprobación (Sol: $x=\pm 1$)
- 34) $\frac{(3x+2)(3x-2)}{2} - \frac{(3x+2)^2}{3} = \frac{(2x-3)^2}{4}$ (Sol: $x = \frac{6 \pm \sqrt{438}}{6}$)
- 35) $\sqrt{x+5} = 7 - \sqrt{2x+8}$ (Sol: $x=4$)

36) $\frac{3}{4} \left[2x - \left(1 - \frac{x+2}{3} \right) \right] = \frac{2-x}{5}$ + comprobación (Sol: $x=1/3$)

37) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5$ (Sol: $x=4$)

38) $\frac{3}{4} \left(x - \frac{5}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{x}{12} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1+x}{3}$ (Sol: $x=163/28$)

39) $\sqrt{3x+1} - 1 = \sqrt{2x-1} - 2$ (Sol: \exists soluc.)

40) $\frac{3}{x+3} = \frac{x+2}{2-x}$ (Sol: $x_1=0, x_2=-8$)

41) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x}{3} - 1$ (Sol: $x_1=6, x_2=-3$)

42) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{5} = 1 + \frac{2x-3}{15}$ (Sol: \exists soluc.)

43) $\frac{1+96 \frac{1}{480}}{96x} = \frac{1}{1600}$ + comprobación (Sol: $x=20$)

44) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$ (Sol: $x_1=10, x_2=-3$)

45) $\frac{3x^2+1}{6x+1} = \frac{6x-1}{3x^2-1}$ + comprobación (Sol: $x=0; x=\pm 2$)

46) $-x^2-x=0$ + comprobación (Sol: $x_1=0, x_2=-1$)

47) $\sqrt{3} = \frac{2x}{1-x^2}$ (Sol: $x_1 = \sqrt{3}/3, x_2 = -\sqrt{3}$)

48) $(x^2+1)^4=625$ + comprobación (Sol: $x=\pm 2$)

49) $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$ (Sol: $x_1=2, x_2=-1$)

50) $(x^2-1)^4=0$ + comprobación (Sol: $x=\pm 1$)

51) $\frac{x^4}{10} = 8x$ (Sol: $x_1=0, x_2=2 \cdot \sqrt[3]{10}$)

52) $\frac{\sqrt{x}}{x} = 0$ (Sol: \exists soluc.)

53) $\sqrt{x^2+4x+4} = 1$ + comprobación (Sol: $x_1=-1, x_2=-3$)

54) $x^6-16x^2=0$ + comprobación (Sol: $x=0, x=\pm 2$)

55) $\sqrt[3]{x+5} = 2$ + comprobación (Sol: $x=3$)

56) $x^3=3x$ + comprobación (Sol: $x_1=0, x_2=\sqrt{3}; x_3=-\sqrt{3}$)

57) $3 \left(\frac{11x}{6} - x \right) - 4 = 2x - 3 \left(1 - \frac{x}{6} \right)$ [Sol: \exists soluc.]

58) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$ (Sol: $x=114$)

59) $\frac{x-2}{x-1} - \frac{x^2}{x^2-3x+2} = \frac{x-1}{x-2}$ (Sol: $x=-3$)