DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

El *dominio* o campo de existencia de una función, $Dom(f)$, es el conjunto de valores que tienen imagen:
$$Dom(f) = \{x \in \Re;\ \exists y \in \Re,\ y = f(x)\}.$$

TIPO		*DOMINIO*	Ejemplos
Polinómicas		$\Re$	Constante: $p(x) = -3$ Función afín: $I(x) = x$ (identidad) ; $p(x) = \frac{-2x+1}{3} = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$ Función cuadrática: $p(x) = -2x^2 + 3x$; $p(x) = x^2 - 6$ Función polinómica general: $p(x) = 2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 6x - 3$
Racionales		$\Re - \{\text{polos}\}$ Polos = ceros del denominador	$f(x) = \frac{-3x}{2x+1} \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow Sol = \left\{\frac{-1}{2}\right\} \Rightarrow Dom\ f = \Re - \left\{\frac{-1}{2}\right\}$ $g(x) = \frac{2}{x^2+1} \Rightarrow x^2+1=0 \Rightarrow Sol = \emptyset \Rightarrow Dom\ g = \Re$ $h(x) = \frac{-x^2+2x}{x^2-x-6} \Rightarrow x^2-x-6=0 \Rightarrow Sol = \{-2;3\} \Rightarrow Dom\ g = \Re - \{-2;3\}$
Irracionales	Índice par	$\{x \in \Re;\ \text{radicando} \geq 0\}$	$f(x) = \sqrt{-3x-6} \Rightarrow -3x-6 \geq 0 \Rightarrow Sol =]-\infty, 2] \Rightarrow Dom\ f =]-\infty, 2]$ $g(x) = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x^2-4}} \Rightarrow \frac{x-1}{x^2-4} \geq 0 \Rightarrow Sol = [-2,1] \cup [2,\infty[\Rightarrow Dom\ g = [-2,1] \cup [2,\infty[$ $h(x) = \sqrt[6]{x^4+1} \Rightarrow x^4+1 \geq 0 \Rightarrow Sol = \Re \Rightarrow Dom\ h = \Re$
	Índice impar	$\Re - \{\text{puntos problemáticos del radicando}\}$	$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2-4}} \Rightarrow x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow Sol = \{-2,2\} \Rightarrow Dom\ f = \Re - \{-2,2\}$ $g(x) = \sqrt[7]{x^4+1} \Rightarrow Dom\ g = \Re$
Exponenciales		$\Re - \{\text{puntos problemáticos del exponente}\}$	$f(x) = e^{-2x+3} \Rightarrow Dom\ f = \Re$ $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{x}} \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow Sol = \{0\} \Rightarrow Dom\ g = \Re - \{0\}$ $h(x) = 7^{\sqrt{5x-2}} \Rightarrow 5x-2 \geq 0 \Rightarrow Sol = \left[\frac{2}{5}, \infty\right[\Rightarrow Dom\ h = \left[\frac{2}{5}, \infty\right[$
Logarítmicas		$\{x \in \Re;\ \text{argumento} > 0\}$	$f(x) = L\left(x^2-2x+1\right) \Rightarrow x^2-2x+1 > 0 \Rightarrow Sol = \Re - \{1\} \Rightarrow Dom\ f = \Re - \{1\}$ $g(x) = \log\left(\frac{x}{x^2-3x}\right) \Rightarrow \frac{x}{x^2-3x} > 0 \Rightarrow Sol =]3,\infty[\Rightarrow Dom\ g =]3,\infty[$ $h(x) = \log_2\left(5^x\right) \Rightarrow 5^x > 0 \Rightarrow Sol = \Re \Rightarrow Dom\ h = \Re$ $j(x) = \log_{0.5}\left(\sqrt{x}\right) \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow Sol = [0,\infty[\\ \sqrt{x} > 0 \Rightarrow Sol =]0,\infty[\end{cases} \Rightarrow Sol =]0,\infty[\Rightarrow Dom\ j =]0,\infty[$
Trigonométricas	Seno	$\Re - \{\text{puntos problemáticos del argumento}\}$	$f(x) = \operatorname{sen} x \Rightarrow Dom\ f = \Re$ $g(x) = \operatorname{sen}\sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow Sol = \Re_0^+ \Rightarrow Dom\ g = \Re_0^+$ $h(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{2x}{x^2-4}\right) \Rightarrow x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow Sol = \{-2;2\} \Rightarrow Dom\ h = \Re - \{-2;2\}$
	Coseno	$\Re - \{\text{puntos problemáticos del argumento}\}$	$f(x) = \cos x \Rightarrow Dom\ f = \Re$ $g(x) = \cos\sqrt[4]{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \Rightarrow Sol = [-1,\infty[\Rightarrow Dom\ g = [-1,\infty[$ $h(x) = \cos\left(\sqrt[4]{\frac{-3x}{x^2+1}}\right) \Rightarrow x^2+1 \neq 0 \Rightarrow x^2+1=0 \Rightarrow Sol = \emptyset \Rightarrow Dom\ h = \Re$
	Tangente	$\Re - \{\text{ceros del denominador}\}$	$f(x) = \operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \Rightarrow Dom\ f = \Re - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\ /\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ $g(x) = \operatorname{tg}\sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} \cos\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)^2 \\ x \geq 0 \Rightarrow Sol = [0,\infty[\end{cases} \Rightarrow Dom\ g = [0,\infty[- \left\{\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)^2\ /\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
Definidas a trozos		$\Re - \left\{\begin{array}{l} \textit{valores que no toma la variable} \\ \textit{y puntos problemáticos de cada} \\ \textit{fórmula incluidos en su rango} \end{array}\right\}$	$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \leq 0 \\ Lx & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textit{Valores variable} = \Re \\ \textit{Puntos problemáticos} = \textit{No hay} \end{cases} \Rightarrow Dom\ f = \Re$ $g(x) = \begin{cases} x+1 & x < -1 \\ \frac{1}{x} & x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textit{Valores variable} = \Re - \{-1\} \\ \textit{Puntos problemáticos} = \{0\} \textit{ ya que } \frac{1}{0} = ???\ y\ 0 > -1 \end{cases}$ $\Rightarrow Dom\ g = \Re - \{-1, 0\}$ $h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \leq -2 \\ 2x+1 & -2 < x < -1 \\ \sqrt{x} & -1 \leq x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \textit{Valores variable} = \Re \\ \textit{Puntos problemáticos} = [-1, 0[\end{cases}$ $\Rightarrow Dom\ h =]-\infty, -1[\cup [0, \infty[$